

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι¹
12 Ιουνίου 2013

Ονοματεπώνυμο..... Α.Μ.....

- 1) Να υπολογισθεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [(\pi - 2 \arctan x) \ln x]$$

- 2) Να βρεθεί για ποιο σημείο $P_1(x_1, y_1)$ της έλλειψης

$$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{18} = 1$$

το τρίγωνο που σχηματίζεται από την εφαπτομένη της έλλειψης στο P_1 και τους θετικούς ημιάξονες έχει ελάχιστο εμβαδόν.

- 3) Να προσδιορισθούν οι ασύμπτωτες ευθείες της συνάρτησης με παραμετρικές εξισώσεις

$$x = x(t) = \frac{3t}{1+t^5} \quad \text{και} \quad y = y(t) = \frac{3t^2}{1+t^5}.$$

- 4) Να υπολογισθεί το εμβαδόν του χωρίου που περιλαμβάνεται μεταξύ του καρδιοειδούς $r = 3 + 2 \cos \vartheta$ και του κύκλου $r = 2 \cos \vartheta$.

- 5) Να δείξετε ότι

$$I_\nu = e^x x^\nu - \nu I_{\nu-1}, \quad \text{για κάθε } \nu \geq 1$$

όπου $I_\nu = \int e^x x^\nu dx$, και στη συνέχεια να υπολογίσετε το I_3 .

- 6) Υπολογίστε τα ορισμένα ολοκληρώματα

$$(\alpha) \int_0^{\pi/3} \cos(2x) e^{\sin(2x)} dx, \quad (\beta) \int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{\cos(4x) + 1}{2}} dx$$

¹ Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες.